****

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. | Планируемые результаты освоения учебного предмета | 3 |
| 2. | Содержание учебного предмета  | 7 |
| 3.  | Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы | 13 |

**1.ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

***Личностные результаты***:

1) российская гражданская идентичность, патриотизм, уважение к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение государственных символов (герб, флаг, гимн);

2) гражданская позиция как активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, обладающего чувством собственного достоинства, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности;

3) готовность к служению Отечеству, его защите;

4) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

5) сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

6) толерантное сознание и поведение в поликультурном мире, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения, способность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям;

7) навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

8) нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей;

9) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

10) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

11) принятие и реализацию ценностей здорового и безопасного образа жизни, потребности в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью, неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков;

12) бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью, как собственному, так и других людей, умение оказывать первую помощь;

13) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

14) сформированность экологического мышления, понимания влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

15) ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни.

***Метапредметные результаты***:

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) умение определять назначение и функции различных социальных институтов;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

***Предметные результаты:***

1) сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

2) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

3) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

4) владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

5) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

6) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

7) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

8) владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;

9) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

10) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

11) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

12) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

13) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

1. **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

#

**Алгебра и начала анализа**

Решение задач с использованием свойств чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел. Решение задач с использованием свойств степеней и корней, многочленов, преобразований многочленов и дробно-рациональных выражений. Решение задач с использованием градусной меры угла. Модуль числа и его свойства. Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем. Решение задач с помощью числовых неравенств и систем неравенств с одной переменной, с применением изображения числовых промежутков. Решение задач с использованием числовых функций и их графиков. Использование свойств и графиков линейных и квадратичных функций, обратной пропорциональности и функции. Графическое решение уравнений и неравенств. Использование операций над множествами и высказываниями. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии. Математика как часть мировой культуры. Место математики в современной цивилизации. Способы описания на математическом языке явлений реального мира.

**Множества.**

Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами. Круги Эйлера. Конечные и бесконечные, счетные и несчетные множества.

**Математическая индукция.**

Истинные и ложные высказывания, операции над высказываниями. Алгебра высказываний. Связь высказываний с множествами.

Законы логики. Основные логические правила. Решение логических задач с использованием кругов Эйлера, основных логических правил.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Теоремы. Виды математических утверждений. Виды доказательств. Математическая индукция. Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному данному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида.

**Тригонометрические формулы.**

Радианная мера угла, тригонометрическая окружность. Тригонометрические функции чисел и углов. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и наоборот. Преобразование тригонометрических выражений.

**Числовые функции, их свойства**

Определение числовой функции и способы её задания. Область определения функции. Множество значений функции. Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значение функции. Периодические функции и наименьший период. Четные и нечетные функции. Функции "дробная часть числа" y = {x} и "целая часть числа" y = [x].

**Тригонометрические функции.**

Тригонометрические функции числового аргумента y = cos x, y = sin x, y = tg x, y = ctg x. Свойства и графики тригонометрических функций. Описание и анализ реальных зависимостей.

**Тригонометрические уравнения.**

Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Тригонометрические уравнения. Стандартные приёмы их решения. Однородные тригонометрические уравнения. Решение простейших тригонометрических неравенств. Простейшие системы тригонометрических уравнений.

**Степенные функции.**

Понятие корня n-й степени, его свойства. Преобразование иррациональных выражений. Определение степенной функции. Свойства и график степенной функции. Описание и анализ реальных зависимостей. Иррациональные уравнения.

**Показательная функция.**

Показательная функция и ее свойства и график. Описание и анализ реальных зависимостей. Показательные уравнения и неравенства. Стандартные приёмы их решения. Число e и функция y = ex.

 **Логарифмическая функция.**

Понятие логарифма. Понятие логарифмической функции. Свойства и график логарифмической функции. Описание и анализ реальных зависимостей. Свойства логарифмов. Десятичный и натуральный логарифм. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмические уравнения и неравенства. Стандартные приёмы их решения.

**Комплексные числа.**

Первичные представления о множестве комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряженные числа. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах.

**Метод интервалов.**

Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы показательных, логарифмических и иррациональных уравнений.

**Взаимно обратные функции.**

Понятие взаимно обратных функций. Графики взаимно обратных функций. Описание и анализ реальных зависимостей.

**Многочлены.**

Формула Бинома Ньютона. Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Теорема Виета, теорема Безу. Приводимые и неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

Диофантовы уравнения. Цепные дроби. Теорема Ферма о сумме квадратов.

Уравнения, системы уравнений с параметром. Использование готовых компьютерных программ при решении задач.

**Предел функции.**

Числовые последовательности. Предел последовательности. Понятие предела функции в точке. Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса.

**Производная функции.**

Определение производной. Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Применение производной в физике. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

**Применение производной.**

Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач. Нахождение экстремумов функций нескольких переменных. Основные понятия, идеи и *методы математического анализа*.

**Первообразная.**

Неопределенный интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью интеграла.

**Методы решения уравнений и неравенств.**

Использование компьютерных программ для поиска решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств.

**Геометрия**

Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. Решение задач с помощью векторов и координат.

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

**Основные понятия геометрии в пространстве.**

Аксиомы стереометрии и следствия из них. Понятие об аксиоматическом методе.

Теорема Менелая для тетраэдра. Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Моделирование реальных ситуаций, исследование построенных моделей, интерпретирование полученного результата.

**Параллельность прямых и плоскостей.**

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. Геометрические места точек в пространстве.

Моделирование реальных ситуаций, исследование построенных моделей, интерпретирование полученного результата.

**Перпендикулярность прямых и плоскостей.**

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.

Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве.

Перпендикулярные плоскости. Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.

Моделирование реальных ситуаций, исследование построенных моделей, интерпретирование полученного результата.

**Многогранники.**

Виды многогранников. Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.

Теорема Эйлера. Правильные многогранники. Двойственность правильных многогранников.

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Моделирование реальных ситуаций, исследование построенных моделей, интерпретирование полученного результата.

**Тела вращения**

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

Элементы сферической геометрии. Конические сечения.

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.

Моделирование реальных ситуаций, исследование построенных моделей, интерпретирование полученного результата.

**Векторы в пространстве.**

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.

Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат.

**Объёмы тел.**

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.

Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Применение объемов при решении задач.

Площадь сферы.

Развертка цилиндра и конуса. Площадь поверхности цилиндра и конуса.

Комбинации многогранников и тел вращения.

Моделирование реальных ситуаций, исследование построенных моделей, интерпретирование полученного результата.

**Движение и подобие в пространстве.**

Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.

Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Моделирование реальных ситуаций, исследование построенных моделей, интерпретирование полученного результата.

**Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика**

Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновозможными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

**Вероятностное пространство.**

Аксиомы теории вероятностей.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности.

**Дискретные случайные величины и распределения.**

Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Гипергеометрическое распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Показательное распределение, его параметры.

Распределение Пуассона и его применение. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). Центральная предельная теорема.

**Закон больших чисел.**

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе. Математический язык явлений реального мира.

**Комбинаторика и статистика.**

Элементы комбинаторики. Перестановки и сочетания. Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Кодирование. Двоичная запись.

**Основные понятия теории графов.**

Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе.

**3. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА ЧАСОВ, ОТВОДИМЫХ НА ОСВОЕНИЕ КАЖДОЙ ТЕМЫ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование разделов и тем** | **Класс/****количество часов** |
| **10**  | **11**  |
| **Алгебра и начала анализа** |
| Множества  | 6 |  |
| Математическая индукция | 10 |  |
| Тригонометрические формулы | 27 |  |
| Числовые функции и их свойства |  | 9 |
| Тригонометрические функции | 12 |  |
| Тригонометрические уравнения и неравенства | 14 |  |
| Степенные функции | 21 |  |
| Показательная функция | 17 |  |
| Логарифмическая функция | 20 |  |
| Комплексные числа |  | 9 |
| Метод интервалов | 12 | 4 |
| Взаимно обратные функции |  | 6 |
| Многочлены |  | 10 |
| Предел |  | 8 |
| Производная функции |  | 14 |
| Применение производной |  | 17 |
| Первообразная |  | 10 |
| Методы решения уравнений и неравенств |  | 36 |
| **Геометрия**  |
| Основные понятия геометрии в пространстве | 10 |  |
| Параллельность прямых и плоскостей | 16 |  |
| Перпендикулярность прямых и плоскостей | 16 |  |
| Многогранники | 18 |  |
| Тела вращения |  | 20 |
| Векторы в пространстве |  | 16 |
| Объёмы тел |  | 22 |
| Движение и подобие в пространстве |  | 8 |
| **Вероятность и статистика, логика, теория графов и комбинаторика** |
| Вероятностное пространство | 5 |  |
| Дискретные случайные величины и распределения.  |  | 6 |
| Закон больших чисел |  | 6 |
| Комбинаторика и статистика  | 6 |  |
| Основные понятия теории графов |  | 3 |
| ИТОГО | **210** | **204** |